

*На правах рукописи*



**МАГОМЕДОВА ДЖЕННЕТ ИСЛАМУТДИНОВНА**

**МАРКИРОВКА НЕПОДВИЖНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ  
И АУДИОСИГНАЛОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ФРАКТАЛЬНЫХ  
ПРОЦЕССОВ ДЛЯ ЗАЩИТЫ АВТОРСКИХ ПРАВ**

Специальность 2.3.6 – Методы и системы защиты информации,  
информационная безопасность

**АВТОРЕФЕРАТ**  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Москва 2023

Работа выполнена в Ордена Трудового Красного Знамени федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский технический университет связи и информатики»

Научный **Шелухин Олег Иванович**  
руководитель: доктор технических наук, профессор

Официальные **Дворянкин Сергей Владимирович**  
оппоненты: доктор технических наук, профессор,  
ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», г. Москва, профессор кафедры «Стратегические информационные исследования»

**Красов Андрей Владимирович**  
кандидат технических наук, доцент,  
ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича», г. Санкт-Петербург, заведующий кафедрой «Защищенные системы связи»

Защита состоится «16» ноября 2023 г. в 14:00 часов на заседании диссертационного совета ЮФУ801.02.02 Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Южный федеральный университет» по адресу: Ростовская обл., г. Таганрог, ул. Шевченко, 2, «Точка кипения» ИТА ЮФУ.

С диссертацией можно ознакомиться в зональной научной библиотеке ЮФУ по адресу: г. Ростов-на Дону, ул. Зорге, 21-ж и на сайте ФГАОУ ВО «Южный федеральный университет» по адресу: <https://hub.sfedu.ru/diss>.

Отзывы на автореферат в двух экземплярах, заверенные печатью учреждения, просьба направлять по адресу: 347922, Ростовская обл., г. Таганрог, ГСП-17А, пер. Некрасовский, 44, к. 302, Диссертационный совет ЮФУ801.02.02.

Автореферат разослан «\_\_\_» сентября 2023 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета ЮФУ801.02.02,  
кандидат технических наук, доцент



Ельчанинова Н.Б.

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы исследования.** Использование чужой интеллектуальной собственности в коммерческих целях является актуальной проблемой защиты информации на сегодняшний день. При этом технологии защиты авторских прав особенно актуальны из-за непрерывного роста использования цифровых объектов во всех областях жизни общества. Согласно статье 146 УК РФ под нарушением авторских и смежных прав понимается присвоение авторства (плагиат) или незаконное использование объектов авторского права или смежных прав, а равно приобретение, хранение, перевозка контрафактных экземпляров произведений или фонограмм в целях сбыта.

Доказательство нарушения авторских прав применительно к фото или аудиоконтенту является трудоемкой задачей в том числе и потому, что растет число и квалификация злоумышленников. Одной из областей, направленной на решение подобных задач защиты информации, является стеганография. Методы стеганографии в основном используются для обеспечения передачи секретных данных по открытым каналам связи, но могут применяться и для защиты авторских прав и доказательства целостности контента. При этом в оригинальные покрывающие объекты или контейнеры добавляются специальные метки – цифровые водяные знаки (ЦВЗ), которые несут в себе информацию, доказывающую исключительное права автора (собственника).

**Степень разработанности темы.** Методы встраивания информации в аудио сигналы и неподвижные изображения с помощью стеганографии разрабатывались рядом отечественных исследователей (Грибунин В.Г., Дворянкин С.В., Коржик В.И., Коханович Г.Ф., Туринцев И.В., Молдовян Н.А., Молдовян А.А., Шелухин О.И., Шакурский М.В. и др.), а также зарубежными авторами (Han-Yang Lo, Topiwala S, Kim J.R, Wang J.I., Dumitrescu C., Banik B.G., Bandyopadhyay S.K., Dhanraj. R., Jayasudh S., Baby D., Thomas J., Augustine G., George E., Michael N.R., Saxena N., Agrawal G., Linta J. L., Joy H., и др.)

Цифровые платформы, занимающиеся продажей цифровых объектов, рассматривают стеганографию как альтернативу технологии NFT для защиты объектов авторского права от неправомерного использования. Услуги добавления ЦВЗ в целях защиты авторского права предоставляют, например компании IMATAG (Франция) и DigiMarc (США), в России подобные услуги недоступны.

Анализ научной периодики подтверждает актуальность разработки новых методов и алгоритмов защиты информации от неправомерного использования. К их числу относится такая технология как фрактальный анализ. Методам фрактального анализа в различных областях техники посвящено достаточно много работ таких исследователей, как Божокин С.В., Паршин Д.А., Басараб М.А., Лаврова Д.С., Шелухин О.И., Mandelbrot B.B., Willinger W., Taqqu M.S., Abry P., Veitch D. и др.

Специфическую хаотичную природу фракталов можно использовать для защиты цифровой мультимедийной информации от воздействия атак и попыток злоумышленников-хакеров удалить встроенные метки. Однако в известных работах, например Грибунина В.Г., Коржика В.И., Коробейникова А.Г. и Шакурского М.В. разработке фрактальных алгоритмов встраивания ЦВЗ в мультимедийную продукцию (подверженную воздействию возмущающих факторов внешней среды и неправомерному использованию квалифицированными злоумышленниками), уделено недостаточно внимания.

В связи с вышесказанным возникает актуальная научная задача разработки и исследования новых алгоритмов защиты авторских прав в фото и аудиоконтенте от угроз неправомерного использования, основанных на технологии фрактального анализа.

**Целью диссертационного исследования** является повышение функциональной эффективности алгоритмов защиты и фото и аудио контента от угроз неправомерного использования.

Достижение поставленной цели предусматривает решение **частных задач**:

1. Сравнительный анализ существующих стеганографических методов и алгоритмов встраивания ЦВЗ в файлы аудио и фото контента для защиты информации и обеспечения авторских прав пользователей, в том числе с использованием фрактального анализа.

2. Разработка нового алгоритма и соответствующего программного обеспечения (ПО) для встраивания псевдослучайных последовательностей в аудио файлы с использованием дискретного вейвлет преобразования (ДВП) и одномерного фрактального гауссовского шума (ФГШ), обеспечивая рациональный выбор параметров алгоритма для минимизации искажений оригинала и извлечения информации с высокой достоверностью при воздействии атак и угроз неправомерного использования.

3. Разработка новых алгоритмов и ПО для встраивания водяных знаков в неподвижные изображения:

- встраивания ЦВЗ с использованием двухкомпонентного контейнера и

двумерного дискретного вейвлет преобразования 2DDВП;

- скрывания ЦВЗ с помощью ФГШ на основе использования 2DDВП.

4. Анализ устойчивости разработанных алгоритмов к атакам злоумышленников, направленным на удаление или искажение ЦВЗ.

5. Выработка практических рекомендаций по выбору параметров разработанных алгоритмов, а также реализация специального программного обеспечения фрактальной маркировки для защиты информации фото и аудио контента.

**Объект исследования** – стеганографические методы защиты цифровой аудио и фото информации.

**Предмет исследования** – модели и методики фрактального встраивания ЦВЗ в фото и аудио контент.

**Методы исследования:** теория фракталов, методы математического численного моделирования, математическая статистика, спектральный и корреляционный анализ, технология цифровой обработки звуковых сигналов и растровых изображений, алгоритмы фильтрации и стеганографии.

**Основные научные положения, выносимые на защиту:**

1. Разработанный алгоритм (А1) встраивания ЦВЗ в виде псевдослучайной последовательности (ПСП) в аудио сигналы с использованием ФГШ и ДВП обеспечивает высокую (не менее 0,95) достоверность извлечения знака при мешающих воздействиях с сохранением высокого качества аудио контейнера на уровне  $PSNR > 40$  дБ, не требующий наличия оригинального аудиоконтейнера при извлечении ЦВЗ.

2. Разработанный алгоритм (А2) встраивания ЦВЗ в неподвижные изображения с использованием двухкомпонентного контейнера в виде оригинального изображения и дополнительного алгебраического фрактала с последующим 2DDВП преобразованием, что позволяет при воздействии атак обеспечить высокое качество встраивания и извлечения водяного знака на уровне  $PSNR > 40$  дБ, не уступая известным аналогам, основанным на расширении спектра, по качественным показателям, и в отличие от них не требуя наличия оригинального контейнера при извлечении ЦВЗ.

3. Разработанный алгоритм (А3) встраивания ЦВЗ в виде ПСП на основе двумерного ФГШ и 2DDВП, позволяющий получить статистические показатели не хуже, чем у эталонных алгоритмов при воздействии широкого спектра атак, обеспечив при этом меньшую вероятность ошибки извлечения (менее  $10^{-3}$ ).

**Теоретическая значимость** результатов исследования состоит в развитии перспективного научного направления применения фракталов в

стеганографии, а именно в разработке новых алгоритмов для защиты информации с помощью фрактальных процессов и ДВП, позволяющих повысить защищенность аудиосигналов и неподвижных изображений от неправомерного использования контента.

**Научная новизна** состоит в следующем:

1. Разработан и программно реализован новый алгоритм встраивания и извлечения ПСП в аудиофайлы с использованием ФГШ и ДВП, отличающийся от известных заменой части коэффициентов детализации вейвлет разложения на элементы фрактального шума, что позволяет повысить защищенность аудиосигналов от атак и угроз неправомерного использования (пункт 15 паспорта специальности).

2. Разработан и программно реализован новый алгоритм встраивания ЦВЗ с использованием двухкомпонентного контейнера в виде оригинального изображения и алгебраического фрактала (ключа) и 2DДВП для неподвижных изображений, обеспечивающий высокое качество извлечения водяного знака при воздействии атак и угроз неправомерного использования (пункт 15 паспорта специальности).

3. Разработан и программно реализован новый алгоритм встраивания ЦВЗ с использованием ФГШ путем замены части диагональных коэффициентов детализации 2DДВП вейвлет разложения неподвижных изображений на элементы фрактального шума с разной фрактальной размерностью, обеспечивающий высокое качество извлечения водяного знака при воздействии атак и угроз неправомерного использования (пункт 15 паспорта специальности).

**Практическая ценность работы:**

Заключается в разработке и программной реализации алгоритмов защиты авторских прав путем встраивания в аудио и фотоконтейнеры оригинальных водяных знаков на базе фрактального анализа, обеспечивая повышение устойчивости алгоритмов встраивания ЦВЗ к действиям квалифицированных злоумышленников.

Разработаны практические рекомендации по рациональному выбору материнских вейвлетов (используемых при ДВП и 2D ДВП), уровня вейвлет разложения, длительности и фрактальной размерности ФГШ, порогов решающего устройства, обеспечивающих требуемую эффективность защиты информации от неправомерного использования в условиях воздействия помех и внешних атак.

Разработано специальное программное обеспечение для реализации фрактального метода маркировки аудио сигналов с использованием

коэффициентов вейвлет разложения, защищённое свидетельством о государственной регистрации программы для ЭВМ.

**Достоверность** результатов диссертационной работы подтверждается сходимостью результатов имитационного моделирования с результатами экспериментальных данных, корректным использованием современного математического аппарата, а также достаточно широким рядом публикаций, обсуждением основных положений со специалистами на научных конференциях.

#### **Внедрение результатов работы**

Результаты диссертационных исследований, подтвержденные соответствующими актами, используются в:

- научно-производственной деятельности ООО «Альфа» (г. Москва), а именно:

1) метод и алгоритмы встраивания псевдослучайных последовательностей в звуковые сигналы с использованием фрактального гауссовского шума;

2) методические рекомендации по подбору параметров алгоритма встраивания, обеспечивая незаметность и заданную достоверность извлечения информации, что подтверждено актом о внедрении.

- в учебном процессе МТУСИ в части новых алгоритмов встраивания ЦВЗ в изображения с использованием фрактальных процессов.

#### **Апробация результатов**

Основные результаты работы докладывались и обсуждались на 9 научных конференциях:

– Международная научно-техническая конференция «Телекоммуникационные и вычислительные системы», Москва, 2017;

– XII международная отраслевая научно-техническая конференция "Технологии информационного общества", Москва, 2018;

– Международная научно-техническая конференция «Фундаментальные проблемы радиоэлектронного приборостроения «INTERMATIC-2018», Москва, 2018;

– 9-я всероссийская научно-техническая конференция «Безопасные информационные технологии», г. Москва, 2018;

– XII Международная отраслевая научно-техническая конференция «Технологии информационного общества», 2018;

– 24-я международная конференция Ассоциации открытых инноваций FRUCT, Москва, 2018;

– Международная конференция «Системы синхронизации,

формирования и обработки сигналов в инфокоммуникациях» СИНХРОИНФО, 2020, 2021;

– Международная конференция “ Системы генерации и обработки сигналов в области бортовых коммуникаций”, Москва, 2021.

### **Публикации**

Основные положения диссертации опубликованы в 14 научных печатных работах, в том числе: 3 – в ведущих рецензируемых научных журналах, входящих в перечень ВАК РФ, 4 – в научных рецензируемых изданиях, индексируемых в базе Scopus, 7 – в материалах конференций и других изданиях. Получено 2 свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ.

**Соответствие паспорту специальности.** Диссертация соответствует пункту 15 «Принципы и решения (технические, математические, организационные и др.) по созданию новых и совершенствованию существующих средств защиты информации и обеспечения информационной безопасности» паспорта научной специальности 2.3.6 – «Методы и системы защиты информации, информационная безопасность».

**Личный вклад автора.** Основные научные результаты, в том числе разработка алгоритмов встраивания и извлечения ЦВЗ в аудио сигналы и неподвижные изображения, получение количественных оценок вероятностей ошибок разработанных алгоритмов в условиях воздействия атак, а также разработка методических рекомендаций по подбору параметров алгоритмов получены автором лично. Вклад соавторов ограничивался постановкой задач на исследования и обсуждением полученных результатов.

**Связь работы с научными программами, темами, грантами.** Исследования выполнялись в инициативном порядке, в рамках работы по гранту аспирантам, соискателям и молодым ученым на исследования, направленные на обеспечение информационной безопасности для задач цифровой экономики и по государственной поддержке ведущих научных школ Российской Федерации в области информационной безопасности.

**Объем и структура диссертационной работы.** Диссертация написана на русском языке, состоит из введения, четырех глав, заключения, списка используемой литературы из 93 наименований и приложения. Полный объем диссертации составляет 166 стр. (в том числе приложения 46 стр), включая 70 рисунков и 47 таблиц.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** обосновывается актуальность темы, формулируются научная задача исследования, определяются объект и предмет исследования, практическая значимость и научная новизна результатов, излагаются научные положения, выдвигаемые на защиту.

**В первой главе** представлен анализ классических методов стеганографии и современные направления ее развития. Отмечены преимущества и недостатки наиболее известных методов и алгоритмов. Показана целесообразность использования и развития фрактальных методов встраивания информации в цифровой контент с целью улучшения защиты информации, повышения защищенности аудио контента и неподвижных изображений от атак и угроз неправомерного использования контента пользователем.

Обоснован выбор спектральных методов встраивания на основе дискретного вейвлет преобразования.

Обоснован перечень статистических показателей, являющихся критериями эффективности встраивания. Выявлены значимые угрозы и атаки, защита от которых является необходимой и актуальной для защиты авторских прав.

Сформулированы частные задачи, решением которых достигается цель исследования.

**Во второй главе** разработан алгоритм А1 защиты аудиосигналов с помощью встраивания ПСП  $ПСП(p) \in \{0,1\}$ ,  $p = \overline{1, P}$  в аудио сигналы с использованием ФГШ. Каждому биту ПСП ставится в соответствие непрерывнозначная последовательность в виде ФГШ  $\{X_{фгш}(t_l); l = \overline{1, L}\} = \{X_{фгш,l}; l = \overline{1, L}\}$ , с фрактальной размерностью, характеризуемой показателем Херста  $H$ . Сформированные таким образом фрактальные последовательности  $y_p(t)$  используются при маркировании аудио сигнала.

Алгоритм встраивания  $p$ -го бита ПСП в аудио сигнал аудиосигнал  $\{S_{аудио}(t_n); n = \overline{1, N}\} = \{S_{a,n}; n = \overline{1, N}\}$  описывается обобщенным соотношением:

$$y_p^*(t) = f\{S_{a,n}, \alpha, ПСП(p), X_{фгш,l}\}, \quad (1)$$

где  $\alpha$  – масштабирующий коэффициент,  $N$  – количество дискретных отсчетов аудио сигнала в каждом элементе ПСП.

Для встраивания ПСП используется 3-х этапная декомпозиция аудиосигнала в виде дискретного вейвлет разложения.

На 1-м этапе встраивания производится деление сигнала на сегменты, число которых определяется длиной ПСП. Далее производится ДВП аудиосигнала  $y_p(t)$ , при этом для конечного числа уровней разложения он представим в виде упорядоченной совокупности базисных масштабирующих и вейвлет-функций:

$$y_p(t) = \sum_{k=1}^{2^{L-M}} a_{m,k} \varphi_{m,k}(t) + \sum_{m=1}^M \sum_{k=1}^{2^{L-M}} d_{m,k} \psi_{m,k}(t), \quad m = \overline{1, M}, k = \overline{1, K}, p = \overline{1, P}, \quad (2)$$

где  $\varphi_{m,k}(t)$  – базисная масштабирующая функция;  $\psi_{m,k}(t)$  – базисная вейвлет-функция;  $a_{m,k}, d_{m,k}$  – соответствующие аппроксимирующие и детализирующие коэффициенты;  $m, k$  – параметры соответственно масштаба и сдвига.

На 2-м этапе встраивание элемента ПСП в  $h$ -й сегмент аудиосигнала осуществляется путем изменения коэффициентов детализации на  $h$ -м уровне декомпозиции:

$$y_p^*(t) = y_{p,J}(t) + D_h^*(t) + \sum_{\substack{j \neq h \\ j=1}}^J D_j(t), \quad p = \overline{1, P}, \quad (3)$$

где:

$$D_h^*(t) = \begin{cases} \alpha \sum_{k=1}^L X_k^{H=H_1} \psi_{h,k}(t); \text{ при ПСП}(j) = 1 \\ \alpha \sum_{k=1}^L X_k^{H=H_0} \psi_{h,k}(t); \text{ при ПСП}(j) = 0 \end{cases}. \quad (4)$$

В частном случае при  $J = 3$  и  $h = 1$  алгоритм встраивания ПСП приобретает вид:

$$y^*(t) = y_J(t) + \alpha \sum_{k=1}^{\frac{N}{2}} X_k^H \psi_{1,k}(t) + \sum_{k=1}^{\frac{N}{4}} d_{2,k} \psi_{2,k}(t) + \sum_{k=1}^{\frac{N}{8}} d_{3,k} \psi_{3,k}(t) = y_J + D_1^*(t) + D_2(t) + D_3(t). \quad (5)$$

$$D_1^*(t) = \begin{cases} \alpha \sum_{k=1}^{\frac{N}{2}} X_k^{H=0.9} \psi_{1,k}(t); \text{ при } \lambda(t) = 1 \\ \alpha \sum_{k=1}^{\frac{N}{2}} X_k^{H=0.5} \psi_{1,k}(t); \text{ при } \lambda(t) = 0 \end{cases}. \quad (6)$$

Показано, что использование фрактальной последовательности  $\{X_{\text{фгш}}(t_l); l = \overline{1, L}\} = \{X_{\text{фгш},l}; l = \overline{1, L}\}$  вместо коэффициентов детализации 1-го уровня вейвлет разложения, позволяет в условиях отсутствия атак произвести безошибочно извлечение фрактальной последовательности. Для встраивания

«0» используется ФГШ  $X_k^{H=0.5}$  с фрактальной размерностью, характеризуемой показателем Херста  $H_0 = 0.5$ ; для встраивания «1» используется ФГШ  $X_k^{H=0.9}$  с показателем Херста  $H_1 = 0.9$ . Длина фрактальной последовательности  $L$  определяется длиной сегмента аудиосигнала и уровнем вейвлет разложения, в коэффициенты которого встраивается ПСП. Для генерации ФГШ используется алгоритм быстрого преобразования Фурье (БПФ), генерирующий самоподобные фрактальные последовательности. Алгоритм генерации ФГШ основан на вычислении нормированной ковариационной функции вида  $r(\tau) = (|\tau + 1|^{2H}) - 2|\tau|^{2H} + |\tau - 1|^{2H})/2$ .

На 3-м этапе осуществляется вейвлет реконструкция аудиосигнала с измененными коэффициентами детализации. При извлечении принятый аудиосигнал делится на сегменты, к каждому из них применяется повторная процедура разложения на вейвлет коэффициенты. Выделяются детализирующие коэффициенты, и пороговым устройством производится альтернативная оценка показателя Херста  $H$  - «0» или «1», свойственная каждому сегменту аудио.

Для нахождения текущей оценки параметра Херста  $\hat{H}_m$  при  $m$ -ом положении окна анализа выполняется линейная регрессия на шкале  $j$  в диапазоне  $[j_1, j_2]$  в соответствии с уравнением:

$$\log_2(\mu_{j,m}) = \log_2\left(\frac{1}{n_j} \sum_k |d_x^{(m)}(j,k)|^2\right) = (2\hat{H}_m - 1)j + \hat{c} = \alpha_m j + \hat{c}, \text{ где } \hat{c} = const.$$

Извлечение элемента ПСП осуществляется с использованием найденной оценки  $\hat{H}_m$  в соответствии с правилом:

$$ПСП^*(p) = \begin{cases} 1 & \text{при } \mathbb{H}_i \geq H_{нор} \\ 0 & \text{при } \mathbb{H}_i < H_{нор} \end{cases}. \quad (7)$$

Величина порога  $H_{нор}$  определяется допустимым значением вероятности ошибки 1-го рода (ложной тревоги).

На 4-м (заключительном) этапе вычисляется корреляционная функция между извлеченной  $ПСП_p^*$  и опорной ПСП<sub>p</sub>, сгенерированной на приемной стороне:  $B_{ПСП}(i) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M ПСП_p ПСП_{p+i}^*$ .

Сравнивая результат вычисления корреляционной функции с пороговым уровнем, делается логический вывод о наличии или отсутствии ЦВЗ в аудиофайле. Достоинством нового алгоритма А1 по сравнению с известными является возможность извлечения встроенного ПСП в «слепом»

режиме, без использования копии оригинала аудио контейнера на приемной стороне.

Для определения рациональных параметров алгоритма, позволяющих достигнуть баланса между качеством встраивания и извлечения, проведены эксперименты с использованием набора аудио сигналов трех классов:

- 1) число каналов 1, частота дискретизации 8,0 кГц;
- 2) число каналов 2, частота дискретизации 22,05 кГц;
- 3) число каналов 2, частота дискретизации 44,1 кГц.

Для оценки качества аудио файла, содержащего скрытую метку, использовались две метрики:

- среднеквадратичная ошибка: 
$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \delta_p^2(\alpha, L, \psi), n = \overline{1, N},$$

где 
$$\delta(\alpha, N, \psi) = y(t) - y^*(t) = D_1(t) - D_1^*(t) = \sum_{k=1}^2 \psi_{1,k} (d_{1,k} - \alpha X_k^*);$$

- пиковое соотношение сигнал/шум 
$$PSNR = 10 \lg \frac{N \max(y_p(t)^2)}{\sum_{p=1}^P \delta_p^2(\alpha, L, \psi)}.$$

На рисунках 1а и 1б представлены соответственно функции  $MSE$  и  $PSNR$  в зависимости от уровня разложения аудио сигнала, на котором производилась замена коэффициентов.

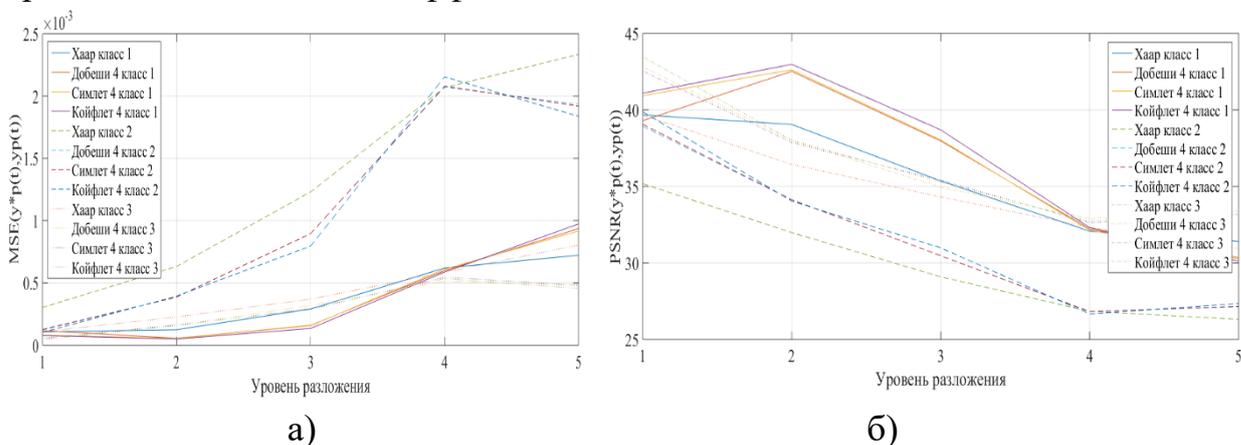


Рисунок 1 - Качество маркированного аудио сигнала в зависимости от уровня разложения аудиосигнала а) MSE; б) PSNR

Для скрытия информации в аудиофайлах изучалась альтернатива выбора 4-х типов вейвлет разложений: Хаар, Добеши 4, Симлет 4, Койфлет 4. Выявлено, что наилучшие результаты достигаются при встраивании в вейвлет коэффициентов детализации 1-го уровня декомпозиции с использованием вейвлетов типа Хаара и Симлет 4. При этом для достижения высокого качества и достоверности извлечения информации значение

масштабирующего коэффициента  $\alpha$  должно выбираться из диапазона  $[10^{-4}; 10^{-2}]$ .

Вероятность ошибки извлечения ПСП на уровне не более  $10^{-3}$  при  $L=1000$  для аудио класса 1 достигается при длине встраиваемой последовательности ФГШ  $\geq 500$ , выборе показателей Хёрста для нулевого бита  $H_0 = 0.5$  и  $H_1 \in [0.6; 0.95]$  для единичного бита. Такая же достоверность достигается при использовании коэффициентов 1-го уровня разложения вейвлетов Хаара. Для аудио классов 2 и 3 наилучшая достоверность извлечения ПСП достигаются при использовании вейвлета Симлет 4 на первых двух уровнях разложения.

Оценка устойчивости разработанного алгоритма A1 при воздействии гауссовского шума, в сравнении с известным алгоритмом расширения спектра, показала, что при «слепом» извлечении ПСП достигается заданная достоверность извлечения для аудио 1-го класса при  $PSNR \geq 35$  дБ и для аудио 2-го и 3-го классов при  $PSNR \geq 50$  дБ.

**Третья глава** посвящена разработке алгоритмов A2 и A3 для защиты неподвижных фотоизображений от угроз неправомерного использования с помощью встраивания в изображения фрактальных процессов и 2D ДВП. В зависимости от специфики задачи и структуры угроз разработано два новых алгоритма.

Алгоритм A2 использует двухкомпонентный контейнер в виде фотоконтейнера  $S$  и алгебраического фрактала  $F$  в качестве секретного ключа. Алгоритм использует алгебраические фракталы для скрытия ЦВЗ в виде двоичной матрицы  $Q$ . Секретная информация встраивается во фрактальный ключ (перед встраиванием в контейнер) и используется в качестве параметров генерации алгебраического фрактала. Злоумышленникам, осуществляющим попытки неправомерного доступа к изображению-контейнеру, требуется теоретически бесконечное число итераций для получения желаемого аттрактора в силу случайного характера параметров алгебраического фрактала.

**Алгоритм A2** встраивания ЦВЗ состоит из 7-и последовательных шагов:

1. Перевод двоичной матрицы ЦВЗ  $Q(Q_w, Q_h)$  размером  $Q_w * Q_h$  в вектор  $Q(Q_l)$  размером  $Q_l = Q_w * Q_h$ .
2. Генерация фрактального контейнера  $F_{j,m,n}(x,y)$  с помощью алгоритма A21.
3. Вычисление матрицы яркости  $Y(x,y)$  из оригинального контейнера  $S(x,y)$  путем перехода из пространства RGB в YCbCr:

$$\begin{aligned}
Y(x, y) &= 0.299 * R(x, y) + 0.587 * G(x, y) + 0.114 * B(x, y); \\
C_B(x, y) &= -0.1687 * R(x, y) - 0.3313 * G(x, y) + 0.5 * B(x, y); \\
C_R(x, y) &= 0.5 * R(x, y) - 0.4187 * G(x, y) - 0.0813 * B(x, y).
\end{aligned} \tag{8}$$

4. 2DDВП матрицы яркости, вычисление коэффициентов вейвлет-разложения  $W_\varphi(j_0, m, n)$  и  $W_\psi^i(j, m, n) (i = H, V, D)$ :

Для 2DDВП матрицы яркости вычисление коэффициентов вейвлет-разложения  $W_\varphi(j_0, m, n)$  и  $W_\psi^i(j, m, n) (i = H, V, D)$ :

$$\begin{aligned}
W_\varphi(j_0, m, n) &= \frac{1}{\sqrt{MN}} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} Y(x, y) \varphi_{j_0, m, n}(x, y), \\
W_\psi^i(j, m, n) &= \frac{1}{\sqrt{M_j N_j}} \sum_{x=0}^{M_j} \sum_{y=0}^{N_j} Y(x, y) \psi_{j, m, n}^i(x, y), \quad i = H, V, D.
\end{aligned} \tag{9}$$

5. Замена диагональных коэффициентов  $W_\psi^D(j, m, n)$  контейнера  $S(x, y)$  значениями  $F_{j, m, n}(x, y)$  с масштабирующим коэффициентом  $\alpha$ :

$$W_\psi^{i=D}(j = 2, m_2, n_2) = \frac{1}{M_2 N_2} \alpha \sum_{x=0}^{M_2} \sum_{y=0}^{N_2} F_{j, m_2, n_2}(x, y) \psi_{j, m_2, n_2}^D(x, y). \tag{10}$$

6. Вычисление матрицы яркости  $Y^*(x, y)$  путем обратного 2D ДВП с использованием  $F_{j, m, n}(x, y)$ :

$$\begin{aligned}
Y^*(x, y) &= \frac{1}{\sqrt{MN}} \sum_m \sum_n W_\varphi(j_0, m, n) \varphi_{j_0, m, n} + \sum_{i=H, V, D} \sum_{j_0} \sum_{m_1} \sum_{n_1} [W_\psi^i(j = 1, m_1, n_1) \psi_{j=1, m_1, n_1}^i(x, y) + \\
&+ \sum_{m_2} \sum_{n_2} W_\psi^i(j = 2, m_2, n_2) \psi_{j=2, m_2, n_2}^i(x, y) + \sum_{m_3} \sum_{n_3} W_\psi^i(j = 3, m_3, n_3) \psi_{j=3, m_3, n_3}^i(x, y)].
\end{aligned} \tag{11}$$

7. Получение стегоконтейнера  $S^*(x, y)$  путем вычисления цветовой компонент на основе измененной матрицы яркости  $Y^*(x, y)$ .

Алгоритм A21 формирования промежуточного фрактального контейнера  $F(F_w, F_h)$  основан на технологии «времени убегания», имеет особенности, связанные с вычислением матрицы ЦВЗ  $Q(Q_w, Q_h)$ . В общем виде алгоритм A21 формирования промежуточного фрактального контейнера  $F(F_w, F_h)$  состоит из следующих трех шагов.

1. Пусть  $F_w, F_h$  – размеры фрактального изображения,  $s = p + qi$  – начальная точка на комплексной плоскости. Тогда установим:

$$\Delta Fx = 2 * l / (F_w - 1); \tag{12}$$

$$\Delta Fy = 2 * l / (F_h - 1). \tag{13}$$

2. Для всех точек  $(n_x, n_y)$ , где  $n_x = 1, 2, \dots, F_w, n_y = 1, 2, \dots, F_h$  выполняются следующие шаги:

2.1. Задаются стартовые значения:

$$Fx_0 = -1 * l + n_x * \Delta Fx;$$

$$Fy_0 = l + n_y * \Delta Fy;$$

$$t = 0.$$

(14)

2.2. Вычисляются переменные  $Fx_{t+1}$ ;  $Fy_{t+1}$  на каждой итерации:

$$\begin{aligned} Fx_{t+1} &= Fx_t^2 - Fy_t^2 + p; \\ Fy_{t+1} &= 2Fx_tFy_t + q; \\ t &= t + 1. \end{aligned} \quad (15)$$

2.3. Вычисляется значение  $r$ :

$$r = Fx_t^2 + Fy_t^2. \quad (16)$$

3. Осуществляется проверка соотношений  $r \leq R$  или  $r > R$ .

3.1. Если  $r \leq R$  и  $t = T$ , то считывается текущий бит ЦВЗ. Если он равен «0», то пиксель фрактального ключа  $F$  с координатами  $(n_x, n_y)$  окрашивается в цвет фрактала  $F(n_x, n_y) = 1$ . Если бит равен «1», то пиксель окрашивается в цвет не фрактальной области  $F(n_x, n_y) = 0$ . Возврат к шагу 2.1.

3.2. Если  $r > R$ , то пиксель с координатами  $(n_x, n_y)$  окрашивается в цвет не фрактальной области  $F(n_x, n_y) = 0$ . Возврат к шагу 1.

3.3. Если  $r \leq R$  и  $t < T$ , то возврат к шагу 2.2.

В результате формируется фрактальный контейнер  $F(F_w, F_h)$ , состоящий из алгебраического фрактала со встроенным ЦВЗ. Рациональные размеры ЦВЗ для алгоритма А2 определяются типом и размером используемого алгебраического фрактала  $F(F_w, F_h)$ .

Исследована генерация 6-и типов подобных фракталов, представленных на рис.2. Параметры фракталов  $p$  и  $q$ , входящие в алгоритм А21 и связанные со структурой ЦВЗ, представлены в таблице 1. Показано, что наибольший объем встраивания достигается при использовании множества Жюлиа с одним аттрактором, наименьший – при использовании дендрита. Для получения наибольшей емкости фрактального ключ, значения параметров алгоритма А21 выбираются равными  $T=30$  и  $l=1.5$ .

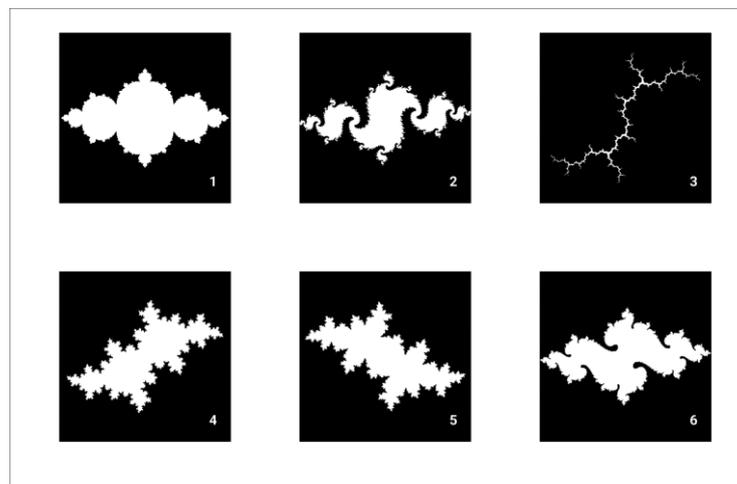


Рисунок 2 - Изображения типов используемых алгебраических фракталов, генерируемых в зависимости от начальных параметров структуры ЦВЗ в соответствии с таблицей 1

Таблица 1 - Параметры  $p$  и  $q$  сгенерированных фракталов

№	Тип фрактала	Значения параметров	
		$p$	$q$
1	Множество Жюлиа с одним аттрактором	-0.7	0
2	Множество Жюлиа с аттрактором периода 2	- 0.83	0.16
3	Дендрит	0	1
4	Диск Зигеля	-0.39054	0.58678
5	Множество Жюлиа с аттрактором периода 5 (параболический бассейн)	-0.481762	-0.531657
6	Множество Жюлиа из долины морских коньков	-0.7454	0.113

После генерации фрактального ключа (первичного контейнера) на шаге 3 алгоритма  $A2$  выполняется процедура встраивания фрактального контейнера  $F(F_w, F_h)$  в оригинальное изображение  $S(S_w, S_h)$  путем замены матрицы коэффициентов ДВП фрактальным контейнером.

Анализ качества функционирования алгоритма  $A2$  показал, что наилучший баланс между качествами встраивания/извлечения достигается при замене диагональных коэффициентов второго уровня 2D ДВП; параметр  $\alpha$  должен находиться в пределах:  $5 \dots 18$  - при использовании вейвлета Хаара;  $2.5 \dots 18$  - при использовании вейвлетов Добеши 4, Симлет 4 и Койфлет. Минимальная вероятность ошибки извлечения ЦВЗ достигается при соотношении порога к  $\alpha$  из диапазона  $\{0.25 \dots 0.4\}$  - для вейвлета Хаара и  $\{0.2 \dots 0.45\}$  - для Добеши 4, Симлет 4 и Койфлет 4.

Использование в алгоритме  $A2$  комбинации алгебраических фракталов и 2D ДВП существенно затрудняет возможность неправомерного использования квалифицированным злоумышленником по сравнению с известными алгоритмами, поскольку для извлечения ЦВЗ теперь необходима дополнительная информация о значениях параметров алгоритма, получение которой крайне затруднительно.

Несмотря на указанные достоинства, применение алгоритма  $A2$  ограничено размерами оригинального изображения и встраиваемого ЦВЗ. В качестве фрактального контейнера  $F_{j,m,n}(x,y)$  необходимо использовать двумерные изображения, размеры которых зависят от набора параметров и возможный объем встраивания нельзя рассчитать или предсказать заранее без предварительной генерации алгебраического фрактала.

Для преодоления этого недостатка был разработан алгоритм  $A3$  с использованием ФГШ.

В общем случае алгоритм  $A3$  состоит из 7-и последовательных шагов:

1. Генерация ЦВЗ в виде ПСП.

2. Вычисление матрицы яркости  $Y(x,y)$  из оригинального контейнера  $S(x,y)$  путем перехода из пространства  $RGB$  в  $YCbCr$ .

3. ДВП матрицы яркости. Вычисление коэффициентов вейвлет-разложения  $W_\varphi(j_0, m, n)$  и  $W_\psi^i(j, m, n) (i = H, V, D)$ .

4. Генерация ФГШ  $X^H(j)$ . Генерация двух последовательностей ФГШ с заданным  $H_0$  и  $H_1$ .

5. Формирование новой матрицы диагональных коэффициентов 2ДДВП путем объединения последовательностей ФГШ в матриц с коэффициентом  $\alpha$ .

$$W_\psi^{i=D}(j = 2, m_2, n_2) = \frac{1}{M_2 N_2} \alpha \sum_{x=0}^{M_2} \sum_{y=0}^{N_2} X_{j, m_2, n_2}^H(x, y) \psi_{j, m_2, n_2}^D(x, y). \quad (17)$$

6. Вычисление новой матрицы яркости  $Y^*(x,y)$  путем обратного 2ДДВП с использованием фрактального контейнера  $F_{j,m,n}(x,y)$ .

7. Формирование стежоконтейнера  $S^*(x,y)$  путем вычисления цветовых компонент на основе измененной матрицы яркости  $Y^*(x,y)$ .

Анализ алгоритма А3 показал, что наилучший баланс между качеством контейнера  $S^*(x,y)$  и качеством извлечения ЦВЗ достигается при замене диагональных и горизонтальных коэффициентов 1-го или 2-го уровня 2ДДВП разложения. Наименьшие ошибки извлечения наблюдаются при использовании вейвлета Койфлет 4, наибольшие – при использовании вейвлета Хаара.

Для оценки степени скрытности встраивания ЦВЗ в неподвижные изображения-контейнеры применялся метод статистического анализа гистограмм-распределений, которые представлены на рис. 3.

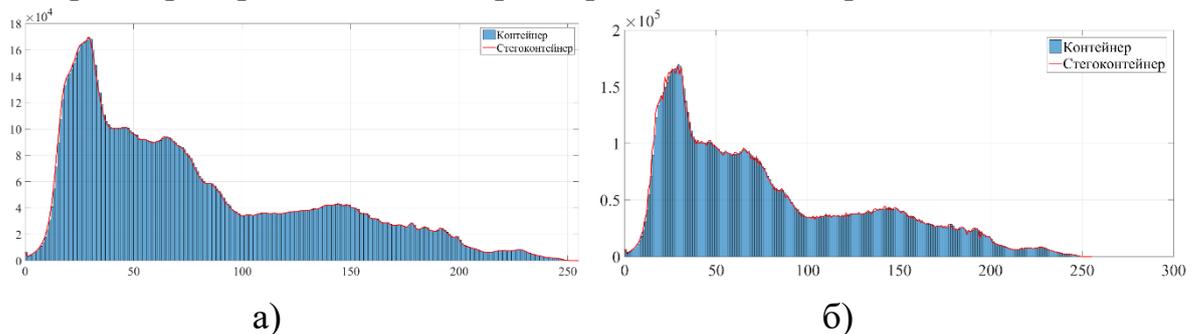


Рисунок 3 - Гистограммы распределения значений интенсивности яркости контейнеров и стежоконтейнеров при использовании алгоритмов а) А2, б) А3

При сравнении гистограмм алгоритм А2 показывает высокие результаты. Из рис. 3а видно, что его гистограмма полностью сохраняет сигнатуру в сравнении с гистограммой контейнера. Визуальное и численное сравнение гистограмм не дает возможности злоумышленнику обнаружить в изображении скрытой метки. При рассмотрении гистограммы

стежоконтейнера А3 (рис.3б) форма гистограммы сохраняется, а малые погрешности (расхождение не более 1-2%) не являются индикатором наличия встроенной метки.

Сравнительный анализ эффективности встраивания ЦВЗ с помощью фрактальных алгоритмов А2 и А3 производился путем сравнения их статистических показателей с эталонным алгоритмом прямого расширения спектра Э1. Статистический анализ близости распределений  $S$  и  $S^*$  проводился с использованием следующих метрик:

$$D(S, S^*) = \frac{\sum_i \sum_j (S(i, j) - \bar{S})(S^*(i, j) - \bar{S}^*)}{\sqrt{(\sum_i \sum_j (S(i, j) - \bar{S})^2)(\sum_i \sum_j (S^*(i, j) - \bar{S}^*)^2)}} - \text{взаимная корреляция};$$

$$D_{KL}(P(S) \| Q(S^*)) = \int_X P(S) \log \frac{P(S)}{Q(S^*)} d\mu - \text{расстояние Кульбака-Лейблера};$$

$$d[P(S), Q(S^*)] = \sum_{u=1}^{256} \sqrt{P_u(S)Q_u(S^*)}, - \text{расстояние Бхаттачария, где } u - \text{номер ячейки гистограммы.}$$

Полученные результаты показывают, что хотя новые алгоритмы А2 и А3 уступают эталонному алгоритму Э1 по статистическим показателям близости (в среднем в 10 раз), однако являются «слепыми» и не требуют наличия копии контейнера на приемной стороне при извлечении ЦВЗ. Наличие дополнительных ключей делает разработанные алгоритмы А2 и А3 более устойчивыми к угрозам неправомерного использования по сравнению с Э1. Для обоснования выводов об эффективности разработанных алгоритмов был проведен анализ их устойчивости при воздействии атак.

**В четвертой главе** произведен анализ устойчивости разработанных алгоритмов А2 и А3 к мешающим воздействиям в виде различного типа шумов и атакам, направленных на удаление ЦВЗ, в виде технологий усредняющего фильтра и JPEG сжатия. Для сравнительного анализа достоверности извлечения ЦВЗ в условиях воздействия атак производилось тестирование разработанных алгоритмов с использованием  $10^4$  изображений из 2-х баз данных (BOWS2OrigEp3 и PPG-LIRMM-COLOR).

Получилось, что использование алгоритма А2 позволяет повсеместно обеспечить высокое качество извлечения при воздействии гауссовского и импульсного шума. Наивысшая устойчивость к мультипликативному шуму достигается при использовании вейвлетов Добеши 4, Симлет 4 и Койфлет 4. При использовании вейвлета Хаара заданное качество достигается при воздействии мультипликативного шума с дисперсией  $\sigma^2 < 0,035$ . При воздействии усредняющего фильтра с маской 3x3 и сжатия JPEG  $\leq 50\%$

заданное качество извлечения достигается для более чем 80% рассматриваемых комбинаций «тип фрактала - тип вейвлета».

Использование ФГШ дополнительно повышает устойчивость алгоритма А3 ко всем видам шума и JPEG сжатию по сравнению с алгоритмами А2 и Э1.

Численный эксперимент по оценке качества извлечения алгоритмов А2 и А3 в условиях шумов и атак показал, что наименьшее значение вероятности ошибки  $\sim 10^{-3}$  соответствует алгоритму А3 в комбинации с вейвлет разложением Хаара.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате диссертационного исследования решена актуальная научная задача и достигнута поставленная цель, заключающаяся в повышении эффективности алгоритмов защиты информации аудиосигналов и неподвижных изображений от угроз неправомерного использования квалифицированного злоумышленника путем применения технологии фрактальных процессов совместно с ДВП. Это подтверждается следующими полученными научными и практическими результатами:

1. Разработан и программно реализован новый алгоритм А1 встраивания ЦВЗ (в виде псевдослучайной последовательности) в аудиофайлы с использованием ДВП и одномерного ФГШ, обеспечивающий защиту аудиоконтента от угроз неправомерного использования аудиоконтента. Для достижения высокого качества и достоверности «слепого» извлечения встраиваемой информации ПСП на уровне  $10^{-3}$  используются коэффициенты ДВП Хаара со значениями масштабирующего коэффициента в диапазоне  $\alpha \in [10^{-4}; 10^{-2}]$ . Достоверность извлечения при  $L = 1000$  для аудио класса 1 достигается при длительности ФГШ  $\geq 500$ , выборе показателей Хёрста  $H_0 = 0.5$  и  $H_1 \in [0.6; 0.95]$ .

2. Разработан и программно реализован новый фрактальный алгоритм А2 и соответствующее программное обеспечение для встраивания ЦВЗ в неподвижные изображения с использованием двухкомпонентного контейнера с добавлением 2ДВП, обеспечивающий повышенную достоверность извлечения при воздействии атак и угроз неправомерного использования квалифицированным злоумышленником.

Наибольший объем встраиваемой информации достигается при использовании в качестве алгебраического фрактала множества Жюлиа с одним аттрактором. Наилучший баланс между качеством встраивания и

качеством извлечения достигается при замене диагональных коэффициентов второго уровня 2D ДВП и использования вейвлетов Симлет 4.

3. Разработан и программно реализован новый алгоритм А3 встраивания ЦВЗ в неподвижные изображения в виде ПСП на основе двумерного ФГШ и 2ДДВП. Наилучший баланс между качествами оригинального изображения и извлечения ЦВЗ достигается при замене диагональных и горизонтальных коэффициентов первого или второго уровня вейвлет-разложения на реализации фрактального шума с разной размерностью. Наименьшие ошибки извлечения наблюдаются при использовании вейвлета Койфлет 4, наибольшие – при использовании вейвлета Хаара.

4. Численный расчёт и экспериментальные результаты качества извлечения ЦВЗ при воздействии ряда атак показали, что наименьшие значения вероятности ошибки  $\sim 10^{-3}$  имеют место при использовании алгоритма А3 в комбинации с вейвлет разложением Хаара. Преимуществом алгоритма А3 по сравнению с алгоритмом А2 является более высокий и независимый от параметров фракталов возможный объем встраивания. Алгоритм А3 рекомендуется использовать в случаях, когда необходимо встроить ЦВЗ заданного объема или при высокой вероятности возникновения мешающих воздействий.

5. Разработано специальное программное обеспечение, реализующее технологию фрактального метода маркировки аудио сигналов с использованием коэффициентов вейвлет разложения, защищённое в ФИПС РФ.

6. Результаты проведённых диссертационных исследований могут найти применение:

- при оценке угроз неправомерного использования аналогичных систем защиты авторских прав на цифровые объекты интеллектуальной собственности;

- для обеспечения эффективности существующих и разрабатываемых алгоритмов защиты информации от неправомерного использования в условиях воздействия помех и внешних атак квалифицированных злоумышленников.

## Список публикаций

### В рецензируемых журналах из перечня ВАК:

1. Шелухин, О. И. Анализ методов измерения фрактальной размерности цветных и черно-белых изображений / О. И. Шелухин, Д. И. Магомедова // Научные технологии в космических исследованиях Земли. – 2017. – Т. 9, № 6. – С. 6-16.
2. Шелухин, О. И. Скрытие информации в аудиосигналах с использованием детерминированного хаоса / О. И. Шелухин, С. Ю. Рыбаков, Д. И. Магомедова // Научные технологии в космических исследованиях Земли. – 2021. – Т. 13, № 1. – С. 80-91. – DOI 10.36724/2409-5419-2021-13-1-80-91.
3. Магомедова, Д. И. Маркировка неподвижных изображений с использованием фрактального гауссовского шума и двумерного дискретного вейвлет преобразования для защиты авторских прав / Д. И. Магомедова // Научные технологии в космических исследованиях Земли. – 2022. – Т. 14, № 6. – С. 20-26. – DOI 10.36724/2409-5419-2022-14-6-20-26.

### В изданиях, индексируемых Scopus и Web of Science

4. Magomedova, D. I. Fractal Models and Algorithms for Creating a Protective Marking for Integrity and Authenticity Bitmap Images / D. I. Magomedova, O. I. Sheluhin // 2020 Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications, SYNCHROINFO 2020. – 2020. – Article no 9166069. – DOI 10.1109/SYNCHROINFO49631.2020.9166069.
5. Sheluhin, O. I. Data Hiding and Transmission over Occupied Audio Channels Using Deterministic Chaos / O. I. Sheluhin, D. I. Magomedova, S. Y. Rybakov // 2021 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications, Conference Proceedings. – 2021. – Article no 9415979. – DOI 10.1109/IEEECONF51389.2021.9415979.
6. Marking audio signals using fractal gaussian noise / O. I. Sheluhin, D. I. Magomedova, S. Y. Rybakov, A. G. Simonyan // 2021 Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications, SYNCHROINFO 2021 - Conference Proceedings. – 2021. – Article no 9488381. – DOI 10.1109/SYNCHROINFO51390.2021.9488381.
7. Sheluhin, O. I. Forecasting the State of Infocommunication Systems Using Time Series with Defined Fractal Properties / O. I. Sheluhin, M. V. Polkovnikov, D. I. Magomedova // 2020 Systems of Signal Synchronization,

Generating and Processing in Telecommunications, SYNCHROINFO 2020. – 2020. – Article no 9166054. – DOI 10.1109/SYNCHROINFO49631.2020.9166054.

### **В прочих изданиях**

8. Шелухин, О. И. Оценка влияния встраивания водяных знаков на фрактальную размерность стеганограмм / О. И. Шелухин, Д. И. Магомедова // Телекоммуникационные и вычислительные системы – 2017 : труды международной научно-технической конференции. – Москва : Горячая линия-Телеком, 2017. – С. 206-207.

9. Шелухин, О. И. Использование алгебраических фракталов в качестве секретных ключей при внедрении водяных знаков в изображения стеганографическими методами / О. И. Шелухин, Д. И. Магомедова // Фундаментальные проблемы радиоэлектронного приборостроения. – 2018. – Т. 18, № 4. – С. 1066-1070.

10. Магомедова, Д. И. Использование алгебраических фракталов для защиты информации стеганографическими методами от несанкционированных воздействий / Д. И. Магомедова, А. Г. Симонян, М. А. Смычек // Вестник НГИЭИ. – 2018. – № 8(87). – С. 5-15.

11. Шелухин, О. И. Исследование методов встраивания и обнаружения стеговложений в неподвижные изображения с использованием алгебраических фракталов / О. И. Шелухин, Д. И. Магомедова // XII Международная научно-техническая конференция "Технологии информационного общества", 14-15 марта 2018 г. : сборник трудов : [в 2 т.]. Т. 2. – Москва : Медиа публицер, 2018. – С. 22-23.

12. Магомедова, Д. И. Повышение стойкости стеганографических алгоритмов при использовании фрактальных ключей / Д. И. Магомедова // Безопасные информационные технологии : девятая всероссийская научно-техническая конференция, (Москва, 4-5 декабря 2018 года) : сборник трудов конференции. – Москва : МГТУ им. Н. Э. Баумана : НУК "Информатика и системы управления", 2018. – С. 119-123.

13. Sheluhin, O. Image Steganography Technique Using Algebraic Fractals / O. Sheluhin, D. Magomedova // Conference of Open Innovations Association, FRUCT. – 2019. – № 24. – P. 716-721.

14. Магомедова, Д. И. Фрактальные модели и алгоритмы создания защитной маркировки для обеспечения целостности и аутентичности растровых изображений / Д. И. Магомедова, О. И. Шелухин // Системы синхронизации, формирования и обработки сигналов. – 2020. – Т. 11, № 1. –

С. 57-67.

### **Свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ**

15. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2021618262 Российская Федерация. Фрактальный метод маркировки аудиосигналов с использованием коэффициентов вейвлет разложения : № 2021616964 : заявл. 11.05.2021 : опубл. 25.05.2021 / О. И. Шелухин, Д. И. Магомедова, С. Ю. Рыбаков ; правообладатель Ордена Трудового Красного Знамени федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский технический университет связи и информатики».

16. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2019666989 Российская Федерация. Программа для вычисления фрактальной размерности изображений : № 2019665963 : заявл. 29.11.2019 : опубл. 17.12.2019 / О. И. Шелухин, Д. И. Магомедова ; правообладатель Ордена Трудового Красного Знамени федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский технический университет связи и информатики» (МТУСИ).